Преобразование Берроуза-Вилера

Лекция N 2 курса
“Алгоритмы для Интернета”

Юрий Лифшиц

ПОМИ РАН - СПбГУ ИТМО

Осень 2006

Во всяком хаосе есть космос, в каждом беспорядке скрыт тайный порядок

Карл Юнг

История BWT

Придумали: Michael Burrows и David Wheeler в 1994, работая в Digital Equipment Corporation (Теперь это Hewlett-Packard).

Реализации: `bzip2`, `szip`

David Wheeler:

План лекции

1. Вычисление BWT
   - Определение преобразования
   - Вычисление в прямую сторону

План лекции

1. Вычисление BWT
   - Определение преобразования
   - Вычисление в прямую сторону
2. Вычисление обратного преобразования
   - Магический вектор T
   - Восстановление текста с помощью вектора T

План лекции

1. Вычисление BWT
   - Определение преобразования
   - Вычисление в прямую сторону
2. Вычисление обратного преобразования
   - Магический вектор T
   - Восстановление текста с помощью вектора T
3. Применение к архивированию
   - Кодирование move-to-front
   - Почему BWT помогает сжатию текстов

Часть I

Как определяется преобразование Берроуза-Вилера?

Как вычислить BWT за линейное время?

Определение

Пусть дан текст $S = s_1 \dots s_n$. Преобразование Берроуза-Вилера получает из него новый текст следующим образом:

- Приписываем в конец знак \$ (последняя буква алфавита)
- Выписываем все $n + 1$ циклических сдвига текста
- Сортируем этот $n + 1$ текст в алфавитном порядке
- Выдаем последний столбец L

Определение

Пусть дан текст $S = s_1 \dots s_n$. Преобразование Берроуза-Вилера получает из него новый текст следующим образом:

- Приписываем в конец знак \$ (последняя буква алфавита)
- Выписываем все $n + 1$ циклических сдвига текста
- Сортируем этот $n + 1$ текст в алфавитном порядке
- Выдаем последний столбец L

Зная только L, как догадаться, на каком месте в отсортированном списке шел исходный текст S?

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa\$

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa\$
acaa\$*r*
caa\$*ra*
aa\$*rac*
a\$*raca*
\$*racaa*

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa\$
acaa\$*r*
caa\$*ra*
aa\$*rac*
a\$*raca*
\$*racaa*

Сортируем:

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa\$
acaa\$*r*
caa\$*ra*
aa\$*rac*
a\$*raca*
\$*racaa*

Сортируем:

aa\$*rac*

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa\$
acaa\$*r*
caa\$*ra*
aa\$*rac*
a\$*raca*
\$*racaa*

Сортируем:

aa\$*rac*
acaa\$*r*

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa\$
acaa\$*r*
caa\$*ra*
aa\$*rac*
a\$*raca*
\$*racaa*

Сортируем:

aa\$*rac*
acaa\$*r*
a\$*raca*

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa\$
acaa\$*r*
caa\$*ra*
aa\$*rac*
a\$*raca*
\$*racaa*

Сортируем:

aa\$*rac*
acaa\$*r*
a\$*raca*
caa\$*ra*

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa\$
acaa\$*r*
caa\$*ra*
aa\$*rac*
a\$*raca*
\$*racaa*

Сортируем:

aa\$*rac*
acaa\$*r*
a\$*raca*
caa\$*ra*
racaa\$

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa$
acaa$r
caa$ra
aa$rac
a$raca
$racaa

Сортируем:

aa$rac
acaa$r
a$raca
caa$ra
racaa$
$racaa

Пример

Пусть $S = racaa$, дописываем \$

Циклические сдвиги:

racaa$
acaa$r
caa$ra
aa$rac
a$raca
$racaa

Сортируем:

aa$rac
acaa$r
a$raca
caa$ra
racaa$
$racaa

Результат: *craa$a*

BWT за линейное время

С какой фразы начинается алгоритм?

BWT за линейное время

С какой фразы начинается алгоритм?

Конечно, **“Построим суффиксное дерево...”**

Напомним: чтобы построить **суффиксное дерево** (ST), нужно приписать специальный символ \$ к тексту, взять все $n + 1$ суффикс, подвесить их за начала и склеить все ветки, идущие по одинаковым буквам. В каждом листе записывается номер суффикса, который в нем заканчивается.

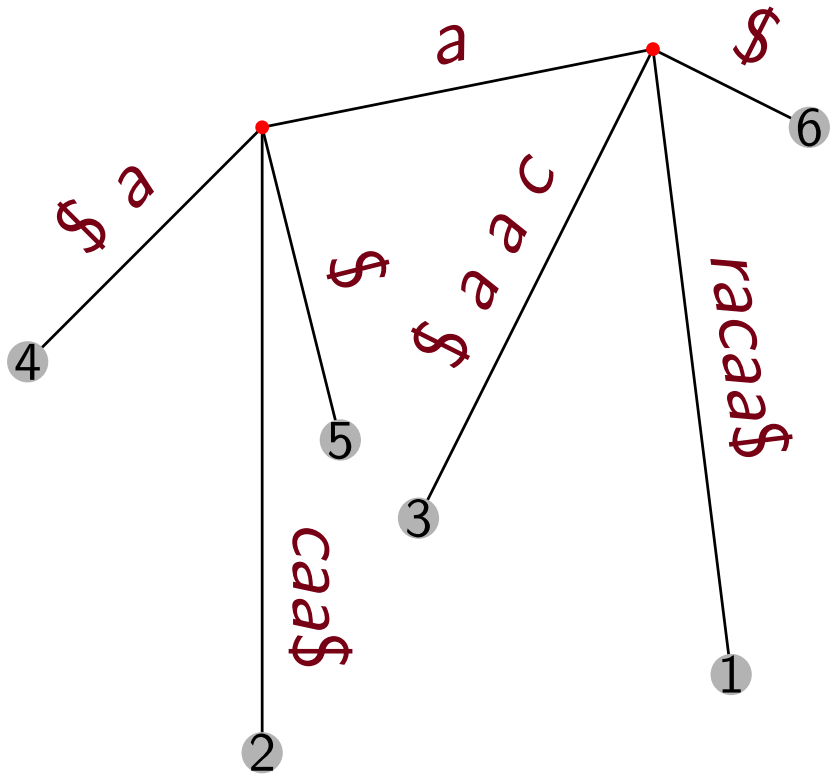
BWT за линейное время: алгоритм

1. Допишем \$
2. Построим суффиксное дерево
3. В каждой внутренней вершине отсортируем детей в алфавитном порядке
4. Прочтем числа во всех листьях слева на право
5. Читая i, пишем в ответ s_{i-1}

Наблюдения:

1. Алфавитный порядок суффиксов совпадает с алфавитным порядком сдвигов
2. В листьях мы читаем порядок стартов суффиксов
3. Буква s_{i-1} - это последняя буква сдвига, начинающегося с s_i

Пример: *racaa$*



Порядок суффиксов: *aa$*, *acaa$*, *a$*, *caa$*, *racaa$*, *$*
Порядок сдвигов: *aa$rac*, *acaa$r*, *a$raca*, *caa$ra*, *racaa$*, *$racaa*
Числа в листьях: $4, 2, 5, 3, 1, 6$ Ответ: $s_3, s_1, s_4, s_2, s_6, s_5 = craa\$a$

Часть II

Как вычислить обратное преобразование за линейное время?

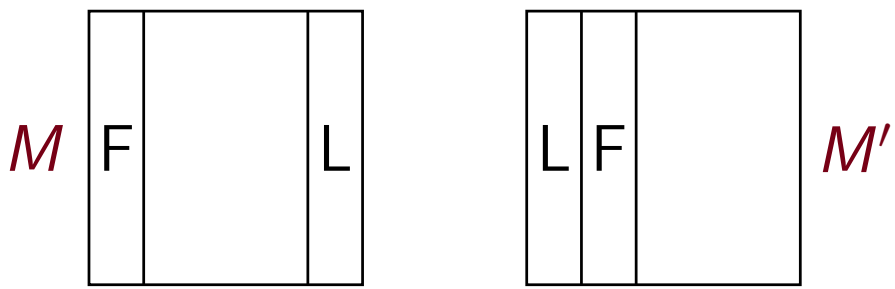
Вспомогательная конструкция: магический вектор T

Как вычислить T, и как с его помощью восстановить текст?

Определение вектора T

Пусть матрица букв M — это все отсортированные сдвиги текста S. Мы знаем только ее последний столбец L.

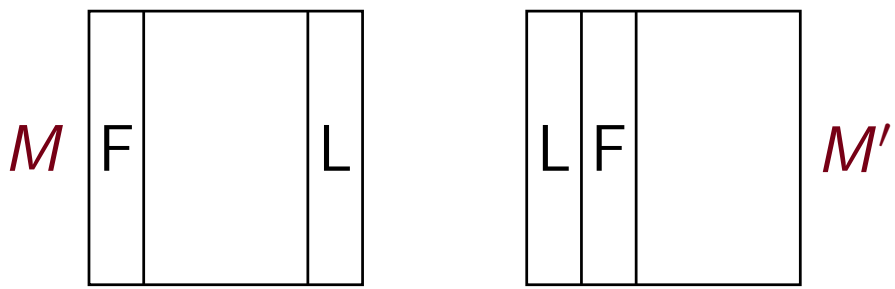
Определение: вспомогательная матрица M' получается перестановкой столбца L в начало.



Определение вектора T

Пусть матрица букв M — это все отсортированные сдвиги текста S. Мы знаем только ее последний столбец L.

Определение: вспомогательная матрица M' получается перестановкой столбца L в начало.

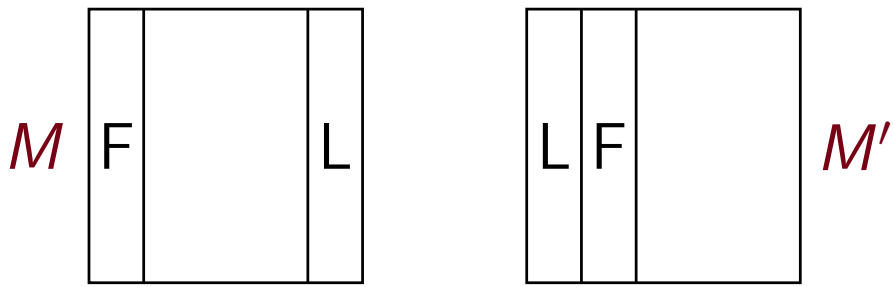


Определение: для каждого k определим $T[k]$ так, чтобы k-ая строка M' совпадала с $T[k]$-ой строкой M.

Определение вектора T

Пусть матрица букв M — это все отсортированные сдвиги текста S. Мы знаем только ее последний столбец L.

Определение: вспомогательная матрица M' получается перестановкой столбца L в начало.



Определение: для каждого k определим $T[k]$ так, чтобы k-ая строка M' совпадала с $T[k]$-ой строкой M.

Переформулировка: пусть M_k — Это k-ый по алфавиту сдвиг текста, тогда **следующий** сдвиг в отсортированном списке сдвигов — это $M_{T[k]}$.

Пример магического вектора

Матрица M:

$$\begin{pmatrix} a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ a & \$ & r & a & c & a \\ c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ \$ & r & a & c & a & a \end{pmatrix}$$

Матрица M':

$$\begin{pmatrix} c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ \$ & r & a & c & a & a \\ a & \$ & r & a & c & a \end{pmatrix}$$

Пример магического вектора

Матрица M:

$$\begin{pmatrix} a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ a & \$ & r & a & c & a \\ c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ \$ & r & a & c & a & a \end{pmatrix}$$

Матрица M':

$$\begin{pmatrix} c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ \$ & r & a & c & a & a \\ a & \$ & r & a & c & a \end{pmatrix}$$

$T[1] =$

Пример магического вектора

Матрица M:

$$\begin{pmatrix} a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ a & \$ & r & a & c & a \\ c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ \$ & r & a & c & a & a \end{pmatrix}$$

Матрица M':

$$\begin{pmatrix} c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ \$ & r & a & c & a & a \\ a & \$ & r & a & c & a \end{pmatrix}$$

$T[1] = 4,\ T[2] =$

Пример магического вектора

Матрица M:

$$\begin{pmatrix} a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ a & \$ & r & a & c & a \\ c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ \$ & r & a & c & a & a \end{pmatrix}$$

Матрица M':

$$\begin{pmatrix} c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ \$ & r & a & c & a & a \\ a & \$ & r & a & c & a \end{pmatrix}$$

$T[1] = 4,\ T[2] = 5,\ T[3] =$

Пример магического вектора

Матрица M:

$$\begin{pmatrix} a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ a & \$ & r & a & c & a \\ c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ \$ & r & a & c & a & a \end{pmatrix}$$

Матрица M':

$$\begin{pmatrix} c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ \$ & r & a & c & a & a \\ a & \$ & r & a & c & a \end{pmatrix}$$

$T[1] = 4,\ T[2] = 5,\ T[3] = 1,\ T[4] =$

Пример магического вектора

Матрица M:

$$\begin{pmatrix} a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ a & \$ & r & a & c & a \\ c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ \$ & r & a & c & a & a \end{pmatrix}$$

Матрица M':

$$\begin{pmatrix} c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ \$ & r & a & c & a & a \\ a & \$ & r & a & c & a \end{pmatrix}$$

$T[1] = 4,\ T[2] = 5,\ T[3] = 1,\ T[4] = 2,\ T[5] =$

Пример магического вектора

Матрица M:

$$\begin{pmatrix} a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ a & \$ & r & a & c & a \\ c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ \$ & r & a & c & a & a \end{pmatrix}$$

Матрица M':

$$\begin{pmatrix} c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ \$ & r & a & c & a & a \\ a & \$ & r & a & c & a \end{pmatrix}$$

$T[1] = 4,\ T[2] = 5,\ T[3] = 1,\ T[4] = 2,\ T[5] = 6,\ T[6] =$

Пример магического вектора

Матрица M:

$$\begin{pmatrix} a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ a & \$ & r & a & c & a \\ c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ \$ & r & a & c & a & a \end{pmatrix}$$

Матрица M':

$$\begin{pmatrix} c & a & a & \$ & r & a \\ r & a & c & a & a & \$ \\ a & a & \$ & r & a & c \\ a & c & a & a & \$ & r \\ \$ & r & a & c & a & a \\ a & \$ & r & a & c & a \end{pmatrix}$$

$T[1] = 4,\ T[2] = 5,\ T[3] = 1,\ T[4] = 2,\ T[5] = 6,\ T[6] = 3$

Вычисление магического вектора T

Два пробега по L, один по алфавиту:

1. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $C(\alpha)$, которые она встречается
2. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $D(\alpha)$, которые встречаются все меньшие ее буквы
3. Для каждого номера $1 \leq i \leq n+1$ вычислить количество раз $P(i)$, которое буква L_i уже нам встретилась выше по столбцу

Вычисление магического вектора T

Два пробега по L, один по алфавиту:

1. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $C(\alpha)$, которые она встречается
2. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $D(\alpha)$, которые встречаются все меньшие ее буквы
3. Для каждого номера $1 \leq i \leq n+1$ вычислить количество раз $P(i)$, которое буква L_i уже нам встретилась выше по столбцу

Таинственная формула: $T[i] = D(L_i) + P(i) + 1$

Вычисление магического вектора T

Два пробега по L, один по алфавиту:

1. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $C(\alpha)$, которые она встречается
2. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $D(\alpha)$, которые встречаются все меньшие ее буквы
3. Для каждого номера $1 \le i \le n+1$ вычислить количество раз $P(i)$, которое буква L_i уже нам встретилась выше по столбцу

Таинственная формула: $T[i] = D(L_i) + P(i) + 1$

Домашняя задача: как сэкономить один пробег по тексту?

Формула для T

Таинственная формула: $T[i] = D(L_i) + P(i) + 1$

Доказательство:

- Нам нужно узнать, на каком месте в отсортированном списке находится сдвиг, предыдущий к M_i
- Он начинается с буквы L_i
- Это значит он стоит после $D(L_i)$ сдвигов, которые начинаются на меньшие буквы
- (!) Среди сдвигов, которые начинаются на L_i он находится в точности на $P(i) + 1$ месте

Формула восстановления

Зная столбец L как узнать последнюю букву текста?

Формула восстановления

Зная столбец L как узнать последнюю букву текста?

Глупый вопрос! Последняя буква — это всегда \$

Формула восстановления

Зная столбец L как узнать последнюю букву текста?

Глупый вопрос! Последняя буква — это всегда \$

Зная столбец L как узнать предпоследнюю букву текста?

Формула восстановления

Зная столбец L как узнать последнюю букву текста?

Глупый вопрос! Последняя буква — это всегда \$

Зная столбец L как узнать предпоследнюю букву текста?

Пусть \$ находится на месте I в столбце L. Тогда предпоследняя буква — это $L_{T[I]}$.

Доказательство: как мы знаем, M_I — это исходный текст, тогда $M_{T[I]}$ — это текст, в котором \$ перенесли в начало, т.е. на последнем месте $L_{T[I]}$ оказалась как раз предпоследняя буква.

От буквы к следующей

Пусть мы уже знаем, что $M_k = s_{j+1} \dots s_n \$ s_1 \dots s_j$, и соответственно $s_j = L_k$, тогда мы можем узнать предыдущую букву:

От буквы к следующей

Пусть мы уже знаем, что $M_k = s_{j+1} \dots s_n \$ s_1 \dots s_j$, и соответственно $s_j = L_k$, тогда мы можем узнать предыдущую букву:

- По определению вектора T мы знаем, что $M_{T[k]} = s_j \dots s_n \$ s_1 \dots s_{j-1}$
- Таким образом, $s_{j-1} = L_{T[k]}$
- Формулы для всех букв текста от начала к концу:

$$\$ = s_{n+1} = L_I; \qquad s_n = L_{T[I]}, \quad \dots$$

$$\dots \quad s_{n-k} = L_{T^{k+1}[I]} \quad \dots \quad s_1 = L_{T^n[I]}$$

Общий алгоритм обратного BWT

1. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $C(\alpha)$, которые она встречается

Общий алгоритм обратного BWT

1. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $C(\alpha)$, которые она встречается
2. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $D(\alpha)$, которые встречаются все меньшие ее буквы

Общий алгоритм обратного BWT

1. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $C(\alpha)$, которые она встречается
2. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $D(\alpha)$, которые встречаются все меньшие ее буквы
3. Для каждого номера $1 \leq i \leq n+1$ вычислить количество раз $P(i)$, которое буква L_i уже нам встретилась выше по столбцу

Общий алгоритм обратного BWT

1. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $C(\alpha)$, которые она встречается
2. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $D(\alpha)$, которые встречаются все меньшие ее буквы
3. Для каждого номера $1 \leq i \leq n+1$ вычислить количество раз $P(i)$, которое буква L_i уже нам встретилась выше по столбцу
4. По формуле $T[i] = D(L_i) + P(i) + 1$ вычислить вектор T

Общий алгоритм обратного BWT

1. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $C(\alpha)$, которые она встречается
2. Для каждой буквы алфавита α вычислить количество раз $D(\alpha)$, которые встречаются все меньшие ее буквы
3. Для каждого номера $1 \leq i \leq n+1$ вычислить количество раз $P(i)$, которое буква L_i уже нам встретилась выше по столбцу
4. По формуле $T[i] = D(L_i) + P(i) + 1$ вычислить вектор T
5. По формуле $s_{n-k} = L_{T^{k+1}[I]}$ вычислить все буквы текста от конца к началу

Пример вычисления: *racaa$*

Столбец L: *craa$a*
Вектор T: [4,5,1,2,6,3]
Стартовый индекс I: 5

Пример вычисления: *racaa$*

Столбец L: *craa$a*
Вектор T: [4,5,1,2,6,3]
Стартовый индекс I: 5

$s_6 = L_I = L_5 = \$,$

Пример вычисления: *racaa*\$

Столбец L: *craa*\$*a*
Вектор T: [4,5,1,2,6,3]
Стартовый индекс I: 5

$s_6 = L_I = L_5 = \$,$
$s_5 = L_{T[5]} = L_6 = a,$

Пример вычисления: *racaa*\$

Столбец L: *craa*\$*a*
Вектор T: [4,5,1,2,6,3]
Стартовый индекс I: 5

$s_6 = L_I = L_5 = \$,$
$s_5 = L_{T[5]} = L_6 = a,$
$s_4 = L_{T[6]} = L_3 = a,$

Пример вычисления: *racaa$*

Столбец L: *craa$a*
Вектор T: [4,5,1,2,6,3]
Стартовый индекс I: 5

$s_6 = L_I = L_5 = \$,$
$s_5 = L_{T[5]} = L_6 = a,$
$s_4 = L_{T[6]} = L_3 = a,$
$s_3 = L_{T[3]} = L_1 = c,$

Пример вычисления: *racaa$*

Столбец L: *craa$a*
Вектор T: [4,5,1,2,6,3]
Стартовый индекс I: 5

$s_6 = L_I = L_5 = \$,$
$s_5 = L_{T[5]} = L_6 = a,$
$s_4 = L_{T[6]} = L_3 = a,$
$s_3 = L_{T[3]} = L_1 = c,$
$s_2 = L_{T[1]} = L_4 = a,$

Пример вычисления: *racaa$*

Столбец L: *craa$a*
Вектор T: [4,5,1,2,6,3]
Стартовый индекс I: 5

$s_6 = L_I = L_5 = \$,$
$s_5 = L_{T[5]} = L_6 = a,$
$s_4 = L_{T[6]} = L_3 = a,$
$s_3 = L_{T[3]} = L_1 = c,$
$s_2 = L_{T[1]} = L_4 = a,$
$s_1 = L_{T[4]} = L_2 = r$

Часть III

Что делать с текстом после преобразования Берроуза-Вилера?

Почему BWT так хорошо работает?

Определение MTF

Move-to-front — это перезапись текста в “адаптирующейся” кодировке:

- Начинаем с кодировки $Enc(a) = 0, \ldots, Enc(z) = 25$
- Читаем текст слева направо
- Читаем очередную букву α
- Пишем в выходной поток $Enc(\alpha)$
- Меняем кодировку: $Enc(\alpha) = 0$, для всех букв, которые стояли выше α применяем $Enc := Enc + 1$
- Результат: последовательность чисел и финальная кодировка

Определение MTF

Move-to-front — это перезапись текста в "адаптирующейся" кодировке:

- Начинаем с кодировки $Enc(a) = 0, \ldots, Enc(z) = 25$
- Читаем текст слева направо
- Читаем очередную букву α
- Пишем в выходной поток $Enc(\alpha)$
- Меняем кодировку: $Enc(\alpha) = 0$, для всех букв, которые стояли выше α применяем $Enc := Enc + 1$
- Результат: последовательность чисел и финальная кодировка

Как обратно восстановить текст из кодировки move-to-front?

Пример: racaa$

Текст: *racaa*\$ Начальная кодировка:
$Enc(a) = 0, Enc(c) = 1, Enc(r) = 2, Enc(\$) = 3$

Читаем r — Пишем 2, новая кодировка *rac*\$

Пример: racaa$

Текст: *racaa*\$ Начальная кодировка:
$Enc(a) = 0, Enc(c) = 1, Enc(r) = 2, Enc(\$) = 3$

Читаем r — Пишем 2, новая кодировка *rac*\$
Читаем a — Пишем 1, новая кодировка *arc*\$

Пример: racaa$

Текст: *racaa*\$ Начальная кодировка:
$Enc(a) = 0, Enc(c) = 1, Enc(r) = 2, Enc(\$) = 3$

Читаем r — Пишем 2, новая кодировка *rac*\$
Читаем a — Пишем 1, новая кодировка *arc*\$
Читаем c — Пишем 2, новая кодировка *cra*\$

Пример: racaa$

Текст: *racaa*\$ Начальная кодировка:
$Enc(a) = 0, Enc(c) = 1, Enc(r) = 2, Enc(\$) = 3$

Читаем r — Пишем 2, новая кодировка *rac*\$
Читаем a — Пишем 1, новая кодировка *arc*\$
Читаем c — Пишем 2, новая кодировка *cra*\$
Читаем a — Пишем 2, новая кодировка *acr*\$

Пример: racaa$

Текст: *racaa*\$ Начальная кодировка:
$Enc(a) = 0, Enc(c) = 1, Enc(r) = 2, Enc(\$) = 3$

Читаем *r* — Пишем 2, новая кодировка *rac*\$
Читаем *a* — Пишем 1, новая кодировка *arc*\$
Читаем *c* — Пишем 2, новая кодировка *cra*\$
Читаем *a* — Пишем 2, новая кодировка *acr*\$
Читаем *a* — Пишем 0, новая кодировка *acr*\$

Пример: racaa$

Текст: *racaa*\$ Начальная кодировка:
$Enc(a) = 0, Enc(c) = 1, Enc(r) = 2, Enc(\$) = 3$

Читаем r — Пишем 2, новая кодировка *rac*\$
Читаем a — Пишем 1, новая кодировка *arc*\$
Читаем c — Пишем 2, новая кодировка *cra*\$
Читаем a — Пишем 2, новая кодировка *acr*\$
Читаем a — Пишем 0, новая кодировка *acr*\$
Читаем \$ — Пишем 3, финальная кодировка \$*acr*

Пример: racaa$

Текст: *racaa*\$ Начальная кодировка:
$Enc(a) = 0, Enc(c) = 1, Enc(r) = 2, Enc(\$) = 3$

Читаем r — Пишем 2, новая кодировка *rac*\$
Читаем a — Пишем 1, новая кодировка *arc*\$
Читаем c — Пишем 2, новая кодировка *cra*\$
Читаем a — Пишем 2, новая кодировка *acr*\$
Читаем a — Пишем 0, новая кодировка *acr*\$
Читаем \$ — Пишем 3, финальная кодировка \$*acr*

Результат: 212203, кодировка \$*acr*

Почему BWT работает?

Схема архивирования:

- Применить к тексту прямое преобразование Берроуза-Вилера
- Закодировать полученный последний столбец с помощью Move-to-Front
- Полученную числовую последовательность заархивировать классическим архиватором (например, Хаффманом)

Почему BWT работает?

Схема архивирования:

- Применить к тексту прямое преобразование Берроуза-Вилера
- Закодировать полученный последний столбец с помощью Move-to-Front
- Полученную числовую последовательность заархивировать классическим архиватором (например, Хаффманом)

Почему текст полученный по BWT+MTF лучше архивируется, чем исходный?

Почему BWT работает?

Схема архивирования:

- Применить к тексту прямое преобразование Берроуза-Вилера
- Закодировать полученный последний столбец с помощью Move-to-Front
- Полученную числовую последовательность заархивировать классическим архиватором (например, Хаффманом)

Почему текст полученный по BWT+MTF лучше архивируется, чем исходный?

Ответ: После BWT текст становится “локально-однородным”, после MTF последовательность содержит много маленьких чисел и мало больших.

Иллюстрация из [BW94]:

final char (L)	sorted rotations
a	n to decompress. It achieves compression
o	n to perform only comparisons to a depth
o	n transformation} This section describes
o	n transformation} We use the example and
o	n treats the right-hand side as the most
a	n tree for each 16 kbyte input block, enc
a	n tree in the output stream, then encodes
i	n turn, set $L[i]$ to be the
i	n turn, set $R[i]$ to the
o	n unusual data. Like the algorithm of Man
a	n use a single set of probabilities table
e	n using the positions of the suffixes in
i	n value at a given point in the vector $R
e	n we present modifications that improve t
e	n when the block size is quite large. Ho
i	n which codes that have not been seen in
i	n with ch appear in the {\em same order
i	n with ch. In our exam
o	n with Huffman or arithmetic coding. Bri
o	n with figures given by Bell~\cite{bell}.

Задача

Статус задач: решать их необязательно, но они будут выдаваться на экзамен (на пятерку и в спорных случаях).

Задача

Статус задач: решать их необязательно, но они будут выдаваться на экзамен (на пятерку и в спорных случаях).

Как по столбцу L вычислить вектор T за два пробега по тексту и один пробег по алфавиту?

Задача

Статус задач: решать их необязательно, но они будут выдаваться на экзамен (на пятерку и в спорных случаях).

Как по столбцу L вычислить вектор T за два пробега по тексту и один пробег по алфавиту?

Можно ли реализовать Move-to-Front за время $O(n \log |\Sigma|)$, где Σ — используемый алфавит, а n — длина текста?

Главные моменты

Сегодня мы узнали:

- Преобразование Берроуза-Вилера: взять все циклические сдвиги, отсортировать и выдать последний столбец

Главные моменты

Сегодня мы узнали:

- Преобразование Берроуза-Вилера: взять все циклические сдвиги, отсортировать и выдать последний столбец
- Прямое преобразование считается с помощью суффиксного дерева

Сегодня мы узнали:

- Преобразование Берроуза-Вилера: взять все циклические сдвиги, отсортировать и выдать последний столбец
- Прямое преобразование считается с помощью суффиксного дерева
- Обратное преобразование считается с помощью магического вектора T

Сегодня мы узнали:

- Преобразование Берроуза-Вилера: взять все циклические сдвиги, отсортировать и выдать последний столбец
- Прямое преобразование считается с помощью суффиксного дерева
- Обратное преобразование считается с помощью магического вектора T
- После BWT нужно применить move-to-front, затем Хаффмана.

Сегодня мы узнали:

- Преобразование Берроуза-Вилера: взять все циклические сдвиги, отсортировать и выдать последний столбец
- Прямое преобразование считается с помощью суффиксного дерева
- Обратное преобразование считается с помощью магического вектора T
- После BWT нужно применить move-to-front, затем Хаффмана.

Сегодня мы узнали:

- Преобразование Берроуза-Вилера: взять все циклические сдвиги, отсортировать и выдать последний столбец
- Прямое преобразование считается с помощью суффиксного дерева
- Обратное преобразование считается с помощью магического вектора T
- После BWT нужно применить move-to-front, затем Хаффмана.

Вопросы?

Источники

Страница курса http://logic.pdmi.ras.ru/~yura/internet.html

Использованные материалы:

M. Burrows and D. Wheeler.
A block sorting lossless data compression algorithm.
http://www.hpl.hp.com/techreports/Compaq-DEC/SRC-RR-124.pdf

Mark Nelson
Data Compression with the Burrows-Wheeler Transform
http://marknelson.us/1996/09/01/bwt/

Giovanni Manzini
The Burrows-Wheeler Transform: Theory and Practice
http://www.mfn.unipmn.it/~manzini/papers/mfcs99x.pdf

Юрий Лифшиц
Преобразование Берроуза-Вилера. Аудиолекция.
http://rpod.ru/personal/storage/00/00/00/34/23/Yury_Lifshits_Strings_03_BWT.MP3